Inżynierskie zastosowania statystyki

Kolokwium nr 1

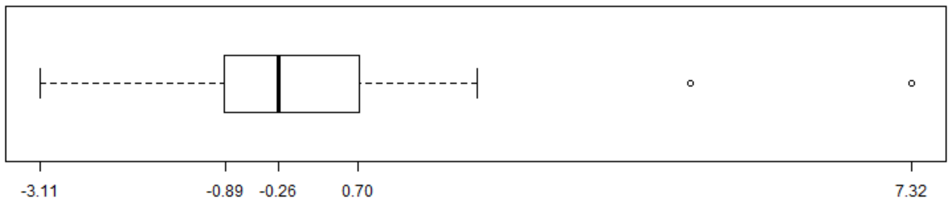
Imię i nazwisko: ....

Nr indeksu: ....

---

30 listopada 2012

1. **(8 pkt)** Korzystając z diagramu pudełka z wąsami odpowiedz na poniższe pytania.



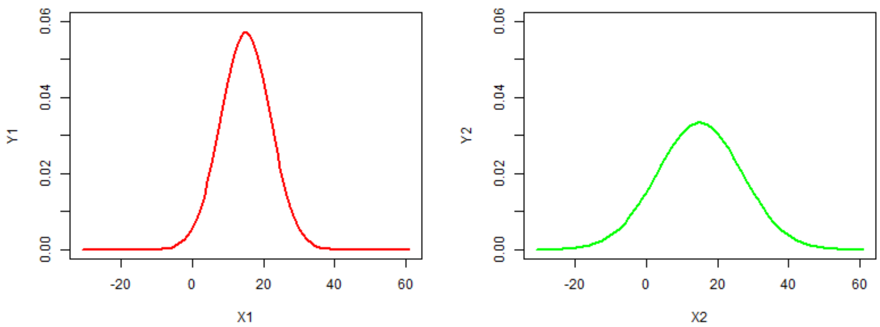
(a) Jaka jest wartość mediany? ....

(b) Czy w próbie są obserwacje odstające? ....

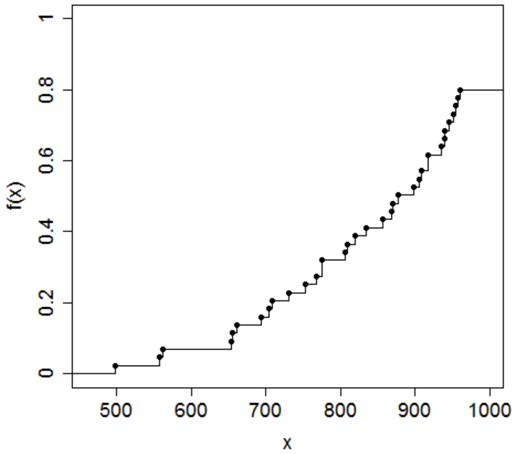
(c) Ile wynosi rozstęp międzykwartylowy? ....

(d) Ile wynosi rozstęp z próby? ....

2. **(4 pkt)** Na wykresach przedstawiono funkcje gęstości rozkładu normalnego o tej samej wartości średniej i innych wariancjach. Który rozkład ma większą wariancję? Odpowiedź uzasadnij.



3. **(8 pkt)** Czy przedstawiona na wykresie funkcja może być dystrybuantą empiryczną? Odpowiedź uzasadnij.



4. **(8 pkt)** Populacja ma rozkład wykładniczy $E(\lambda)$ z parametrem λ. Można pokazać, że dla rozkładu wykładniczego $\mu = 1/\lambda$ i $\sigma^2 = 1/\lambda^2$. Pobrano próbę n elementową z tej populacji. Jaki jest rozkład wartości średniej w zależności od n? Odpowiedź uzasadnij.

5. Przeprowadzono 10 niezależnych pomiarów wartości przyspieszenia ziemskiego w pewnym punkcie, otrzymując wartości (w $\frac{cm}{s^2}$): 980.1, 977.3, 978.9, 979.2, 978.2, 981.0, 980.5, 976.9, 979.3, 978.5. Zakładając, że przy wyznaczaniu wartości przyspieszenia nie popełniono błędów systematycznych tylko losowe, na podstawie tych wyników znajdź:

   (a) **(8 pkt)** ocenę nieznanej wartości przyspieszenia ziemskiego w tym punkcie. Podaj wzór, z którego korzystasz.

(b) **(8 pkt)** ocenę wariancji błędu przyrządu pomiarowego. Podaj wzór, z którego korzystasz.

6. **(16 pkt)** Zmierzono teodolitem (instrument geodezyjny przeznaczony do pomiaru kątów poziomych i kątów pionowych) pięciokrotnie pewien kąt β otrzymując następujące rezultaty: $15°40'15''$, $15°40'17''$, $15°40'02''$, $15°39'56''$ i $15°40'07''$. Jaką maksymalną wartość może przyjąć odchylenie standardowe populacji, żeby długość dwustronnego przedziału ufności na poziomie ufności 0.95 dla rzeczywistej wartości tego kąta nie przekraczała $30''$? ($1° = 60'$, $1' = 60''$)

7. Jeżeli $X_1, \ldots, X_n$ są niezależnymi zmiennymi losowymi z rozkładu Poissona z parametrem λ (tym samym dla każdej zmiennej) i n jest duże, to wartość średnia $\bar{X}$ ma w przybliżeniu rozkład normalny ze średnią λ i wariancją λ/n. Zatem
$$Z = \frac{\bar{X} - \lambda}{\sqrt{\lambda/n}}$$
ma w przybliżeniu standaryzowany rozkład normalny. Zatem możemy przetestować $H_0 : \lambda = \lambda_0$ poprzez podstawienie λ_0 za λ w Z.
Załóżmy, że liczba obwodów otwartych na waflach półprzewodnikowych ma rozkład Poissona. Próba 500 wafli dała w sumie 1038 takich obwodów. Czy to sugeruje, że na poziomie istotności 0.05 średnia liczba obwodów otwartych na jednym waflu jest różna od 2?

8. Załóżmy, że chcemy przetestować $H_0 : \mu = \mu_0$ przeciwko $H_1 : \mu \neq \mu_0$, gdzie populacja ma rozkład normalny o znanym odchyleniu standardowym σ. Niech $0 < \epsilon < \alpha$ oraz niech przedział krytyczny jest zdefiniowany tak, że odrzucamy hipotezę zerową jeżeli $z_0 > z_{1-\epsilon}$ lub $z_0 < -z_{1-(\alpha-\epsilon)}$, gdzie z_0 jest wartością statystyki testowej zastosowanej do weryfikacji hipotez.

   (a) **(2 pkt)** Napisz na czym polega błąd I rodzaju.

   (b) **(8 pkt)** Pokaż, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju jest równe α.

   (c) **(2 pkt)** Napisz na czym polega błąd II rodzaju.

(d) **(12 pkt)** Załóżmy, że prawdziwa średnica wynosi $\mu_1 = \mu_0 + \delta$. Znajdź prawdopodobieństwo popełnienia błędu II rodzaju dla tego testu. (Wskazówka: wartość β wyraź za pomocą funkcji Φ)